

1. Le problème : calculer une primitive de la fonction $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$

Voici les solutions de deux personnes et le commentaire d'une troisième :

- Alice remarque que $\cos(x)$ est la dérivée de $\sin(x)$, donc elle obtient une primitive

$$F_A(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin^2(x)$$

- Bob remarque que $-\sin(x)$ est la dérivée de $\cos(x)$, donc il obtient une primitive

$$F_B(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos^2(x)$$

- Dominique prétend que ces solutions ne peuvent pas être toutes les deux correctes, étant donné que les primitives d'une fonction sont toutes les mêmes, à une constante près.

Quelles sont, parmi Alice, Bob et Dominique, les personnes qui ont raison et quelles sont celles qui ont tort ?

2. Le but est de calculer une primitive de la fonction $f(x) = (e^x + e^{-x}) \cdot (e^x - e^{-x})$.

Voici les solutions de Zoé et de Yolande et le commentaire de Xavier :

- Zoé remarque que $(e^x - e^{-x})$ est la dérivée de $(e^x + e^{-x})$, donc elle obtient une primitive :

$$F_Z(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x})^2$$

- Yolande remarque que $(e^x + e^{-x})$ est la dérivée de $(e^x - e^{-x})$, donc elle obtient une primitive :

$$F_Y(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x})^2$$

- Xavier affirme que ces solutions ne peuvent pas être toutes les deux correctes, étant donné que les primitives d'une fonction sont toutes les mêmes, à une constante près.

Quelles sont, parmi Zoé, Yolande et Xavier, les personnes qui ont raison et quelles sont celles qui ont tort ?

3. Le problème : calculer une primitive de la fonction $f(x) = (x+7)^2$.

Voici les solutions de deux personnes et le commentaire d'une troisième :

- Ella remarque que $f(x) = (x+7)^2 \cdot (x+7)'$, donc elle obtient une primitive :

$$F_E(x) = \frac{1}{3} \cdot (x+7)^3$$

- France développe pour obtenir $f(x) = x^2 + 14x + 49$, donc elle obtient une primitive :

$$F_F(x) = \frac{1}{3} x^3 + 7x^2 + 49x$$

- Guy affirme que ces solutions ne peuvent pas être toutes les deux correctes, étant donné que les primitives d'une fonction sont toutes les mêmes, à une constante près.

Quelles sont, parmi Ella, France et Guy, les personnes qui ont raison et quelles sont celles qui ont tort ?

4. Le problème : calculer une primitive de la fonction $f(x) = \frac{1}{5x}$

Voici les solutions de deux personnes et le commentaire d'une troisième :

- Ulysse remarque que $f(x) = \frac{1}{5} \cdot \frac{(5x)'}{5x}$, donc Il obtient la primitive : $F_U(x) = \frac{1}{5} \cdot \ln(|5x|)$
- Valérie remarque que $f(x) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{x}$, donc elle obtient la primitive : $F_V(x) = \frac{1}{5} \cdot \ln(|x|)$
- Walter prétend que ces solutions ne peuvent pas être toutes les deux correctes, étant donné que les primitives d'une fonction sont toutes les mêmes, à une constante près.

Quelles sont, parmi Ulysse, Valérie et Walter, les personnes qui ont raison et celles qui ont tort ?

5. Le problème : calculer une primitive de la fonction $f(x) = \frac{1}{ax+b}$.

Voici les solutions de deux personnes et le commentaire d'une troisième :

- Henry remarque que $f(x) = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)'}{ax+b}$, donc il obtient une primitive :

$$F_H(x) = \frac{1}{a} \cdot \ln(|ax+b|)$$

- Isabelle remarque que $f(x) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{x + \frac{b}{a}}$, donc elle obtient une primitive :

$$F_I(x) = \frac{1}{a} \cdot \ln\left(\left|x + \frac{b}{a}\right|\right)$$

- Jules affirme que ces solutions ne peuvent pas être toutes les deux correctes, étant donné que les primitives d'une fonction sont toutes les mêmes, à une constante près.

Quelles sont, parmi Henry, Isabelle et Jules, les personnes qui ont raison et celles qui ont tort ?

6. Le problème : calculer une primitive de la fonction $f(x) = (x+a)^n$.

Voici les solutions de deux personnes et le commentaire d'une troisième :

- Karine remarque que $f(x) = (x+a)^n \cdot (x+a)'$, donc elle obtient une primitive :

$$F_K(x) = \frac{1}{n+1} \cdot (x+a)^{n+1}$$

- Laure développe pour obtenir $f(x) = \sum_{k=0}^n C_k^n \cdot a^{n-k} \cdot x^k$, donc elle obtient une primitive :

$$F_L(x) = \sum_{k=0}^n C_k^n \cdot a^{n-k} \cdot \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1}$$

- Max affirme que ces solutions ne peuvent pas être toutes les deux correctes, étant donné que les primitives d'une fonction sont toutes les mêmes, à une constante près.

Quelles sont, parmi Karine, Laure et Max, les personnes qui ont raison et celles qui ont tort ?

7. **Bonus :**

Est-il exact que : $\int_1^3 \frac{1}{(x-2)^2} dx = -2$.